Національний центр аерокосмічної освіти молоді ім. О.М.Макарова

Заочна аерокосмічна школа “Всесвіт”

МЕХАНІКА ТІЛ ЗМІННОЇ МАСИ

Методичні розробки і завдання № 3

Підготував кандидат технічних наук, доцент ДНУ

В.Ю.Шевцов

м. Дніпропетровськ

2011

Зміст

1. Фізичні основи руху ракет та космічних апаратів

З курсу механіки відомо, що всі тіла притягуються до Землі з силою

$$F = G\frac{M_з m}{r^2}, \qquad (1)$$

де: $\mathbf{M_з}$ – маса Землі, **m** – маса тіла, **G** – постійна тяжіння, $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \frac{м^3}{кг \cdot c^2}$.

Поле тяжіння можна характеризувати прискоренням **g**

$$g = \frac{F}{m} = \frac{GMm}{r^2 m} = \frac{GM}{r^2}, \qquad (2)$$

значення якого, як видно з (2) не залежить від маси тіла **m**, а лише від його відстані до Землі. Так, якщо на поверхні Землі, де $r = R_з$ прискорення $g_0 = 9{,}81\frac{м}{c^2}$, то на відстані $r = 2R_з$

$$g = \frac{9{,}81}{4} = 2{,}45\ \frac{м}{c^2}\cdot$$

Поле тяжіння може бути описане за допомогою енергетичного підходу. З курсу механіки відомо, що робота сили тяжіння йде на збільшення потенційної енергії тіла, котре підіймається вгору, тобто:

$$A = \frac{GMm}{r^2}\left(r_2 - r_1\right) = \Delta E \qquad (3)$$

Якщо на нескінченності потенційна енергія $\mathbf{E_п}$ дорівнює нулю(при $\mathbf{r_2}=\infty$, F=0), то

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 0 - E_1 = -\frac{GMm}{r} = E_n\,. \ (4)$$

Щоб енергетична характеристика поля тяжіння не залежала від маси тіла m її виражають через потенціал **φ**:

$$\varphi = \frac{E_n}{m} = -\frac{GM}{r}\,. \qquad (5)$$

Значення цього потенціалу дорівнює роботі (з протилежним знаком) по переміщенню тіла одиничної маси **(m=1)** з точки поля на відстані **r** від центру тяжіння в нескінченність.

В космонавтиці користуються не масами планет та зірок, а їх гравітаційними параметрами, що дорівнюють добутку маси тіла тяжіння **M** на гравітаційну постійну:

$$K = GM \qquad (6)$$

і називаються постійними планет.

За допомогою постійної планети **К** прискорення сили тяжіння з формули (2) може бути записане як

$$g = \frac{K}{r^2}. \quad (7)$$

З механіки також відомо, що повна механічна енергія замкненої системи тіл, між якими діють сили тяжіння, залишається незмінною і можливе лише взаємне перетворення кінетичної $\mathbf{E_к}$ та потенційної $\mathbf{E_п}$ енергії, тобто

$$E = E_к + E_п = \frac{mV^2}{2} + mg_0 h = const \qquad (8)$$

де: **h** – відстань від поверхні Землі.

Беручи до уваги те, що в механіці космічного польоту часто позначають $\mathbf{E_к}$ як **W**, а $\mathbf{E_п}$ як **U**, а також підставляючи в (8) значення $\mathbf{E_п}$ з (3.4), отримаємо:

$$E = W + U = \frac{mV^2}{2} - \frac{GMm}{r} = const \qquad (9)$$

Поділивши ліву і праву частину рівняння (3.9) на **m** отримаємо питому енергію на одиницю маси

$$C_1 = \frac{E}{m} = \frac{V^2}{2} - \frac{K}{r} = const \qquad (10)$$

Враховуючи традиції небесної механіки користуються не $\mathbf{C_1}$, а його подвоєним значенням – постійною енергії:

$$C_E = 2C_1 = V^2 - \frac{2K}{r} \qquad (11)$$

Оскільки планети обертаються навколо Сонця, а супутники (в тому числі і космічні апарати) навколо планет, то для визначення параметрів їх руху крім закону збереження енергії використовують також закон збереження моменту імпульсу

$$L = mVr. \quad (12)$$

Якщо кут **θ** між вектором швидкості **V** та перпендикуляром до радіусу **r** від центру тяжіння тіла не дорівнює нулю, то

$$L = mVr\cos\theta. \quad (13)$$

В механіці космічного польоту користуються не самим моментом імпульсу, а його питомим значенням

$$C_L = \frac{L}{m} = Vr\cos\theta \quad (14)$$

В залежності від співвідношення кінетичної та потенційної енергії в формулі (11) постійна енергії може бути менше нуля, дорівнювати нулю і бути більшою нуля. якщо $\mathbf{C_E < 0}$ **(W <U)** – рух **КА** буде еліптичним, якщо $\mathbf{C_E = 0}$ **(W=U)** – рух параболічний, а при $\mathbf{C_E > 0}$ **(W>U) КА** буде рухатись по гіперболі.

2. Еліптичний рух КА.

Еліпс, парабола і гіпербола – це криві (які ще називаються конічними) одного класу і в полярній системі координат описуються одним рівнянням

$$r = \frac{P}{1 + e\cos\varphi}, \qquad (15)$$

де: **Р** – фокальний параметр – відстань від фокусу **F** – по перпендикуляру до осі симетрії кривої – і до перетину з кривою, **е** – ексцентриситет і **φ** - полярний кут, який відраховується від точки перицентру **П** проти годинникової стрілки (рис.5)

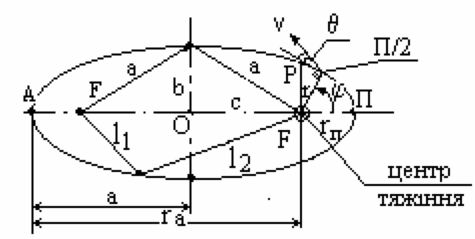

Рис.1

На рис.1 еліпсу ***a*** – велика піввісь, ***b*** – мала піввісь, ***c*** – відстань між центром **O** і фокусом ***F***, ***П***- точка перицентру (для Землі – Геї - перигей), ***A*** – точка апоцентру (апогею), ***V*** – швидкість, вектор якої спрямований по дотичній до еліпсу, ***θ***- кут тангажу (між ***V*** і ⊥ до ***r***)

Координатами **КА**, що рухається по еліпсу в полярній системі координат, є полярний кут φ і радіус-вектор **r** до **КА.**

Під перицентром розуміють найближчу точку кривої до фокуса (центра тяжіння), під апоцентром – найдальшу.

Важливою властивістю еліпсу є те, що відстань від будь-якої точки еліпса до фокусів $\mathbf{l_1+l_2}$ дорівнює довжині великої осі – **2a**. З цієї властивості витікає, що

$$a^2 = b^2 + c^2. \qquad (3.16)$$

Під ексцентриситетом еліпсу розуміють відношення відстані між фокусом і центром еліпсу до великої півосі:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}. \ (17)$$

Підставляючи значення полярного кута φ для точок перицентру і апоцентру (φ=0 і φ=180^0) отримаємо відстані до цих точок, або радіуси $\mathbf{r_П}$ і $\mathbf{r_A}$

$$\begin{aligned} r_П &= \frac{P}{1+e\cos\varphi} = \frac{P}{1+e\cos 0^0} = \frac{P}{1+e} \\ r_A &= \frac{P}{1+\cos 180^0} = \frac{P}{1-e} \end{aligned} . \ (18)$$

Із властивості

$$l_1 + l_2 = 2a = r_A + r_П$$

підставляючи значення $\mathbf{r_A}$ і $\mathbf{r_П}$ із (18) отримаємо довжину великої півосі:

$$2a = \frac{P}{1+e} + \frac{P}{1-e}$$

$$a = \frac{1}{2}\left(\frac{P - Pe + P + Pe}{1-e^2}\right) = \frac{P}{1-e^2}; \ (19)$$

Зауваження: розглядаючи параболічні і гіперболічні траєкторії необхідно пам'ятати, що **a** – відстань від точки перетину кривою осі симетрії до початку координат (точки **O**), а **c** – відстань між фокусом кривої і точкою **O**, тобто $\mathbf{c=a - r_П}$.

3. Зв’язок між параметрами руху і параметрами еліптичної траєкторії.

Параметри еліпсу ***e*** і ***P*** зв’язані з параметрами руху через закони збереження у вигляді постійної енергії $\mathbf{C_E}$ і питомого моменту імпульсу $\mathbf{C_L}$:

$$P = \frac{C^2{}_L}{K}; \ (20)$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{C_E C_L^2}{K^2}}. \ (21)$$

Якщо підставити (20) і (21) в формулу (19) знайдемо залежність між параметрами руху і великою піввіссю:

$$a = \frac{P}{1 - e^2} = \frac{\frac{C^2{}_L}{K}}{1 - 1 - \frac{C_E C_L^2}{K^2}} = -\frac{K}{C_E}. \ (22)$$

З (22) витікає залежність постійної енергії від довжини великої півосі ***a***:

$$C_E = -\frac{K}{a}. \ (23)$$

Порівнюючи (11) і (23) маємо:

$$C_E = V^2 - \frac{2K}{r} = -\frac{K}{a},$$

звідки $V^2 = \frac{2K}{r} - \frac{K}{a}$, $\qquad V = \sqrt{\frac{2K}{r} - \frac{K}{a}}$ (24)

Отримана формула пов’язує між собою швидкість руху по еліптичній траєкторії з радіусом до центру тяжіння. Так, для $r = r_П \to V = V_П$, а для $r = r_A \to V = V_A$.

З формули (24) можемо отримати значення кругової швидкості. Круг є еліпс, в якому e= 0, тобто фокуси зливаються в одну точку в центрі **O**, і тоді ***r*=*a***, а швидкість

$$V = V_{kp} = \sqrt{\frac{2K}{a} - \frac{K}{a}} = \sqrt{\frac{2K}{r} - \frac{K}{r}} = \sqrt{\frac{K}{r}}. \ (25)$$

При значенні $\boldsymbol{r=R_З}$ і $\boldsymbol{K=K_З}$ отримаємо значення першої космічної швидкості:

$$V_I = \sqrt{\frac{K_З}{R_З}} \approx 7{,}9 \frac{км}{c}$$

При рівності кінетичної і потенційної енергій $\boldsymbol{C_E}=0$ і тоді з формули (11) можна отримати значення швидкості звільнення:

$$V_{зв}^2 - \frac{2K}{r} = 0,$$

$$V_{зв} = \sqrt{\frac{2K}{r}}. \ (3.26)$$

При значеннях $\boldsymbol{K=K_З}$ і $\boldsymbol{r=R_З}$ отримаємо другу космічну швидкість:

$$V_{II} = \sqrt{\frac{2K_З}{R_З}} \approx 11{,}2 \frac{км}{c}.$$

Порівнюючи швидкість звільнення з круговою можна відзначити, що перша більша за другу на $\sqrt{2}$.

4. Сфера дії сили тяжіння планети.

В небесній механіці, крім задачі взаємодії двох тіл, розглядаються і більш складні випадки, коли на тіло, що рухається, діють відразу кілька тіл. Якщо взяти до уваги ті обставини, що все те, що говорилось вище, справедливе лише для випадку, коли тіло тяжіння має масу набагато більшу за масу тіла, що обертається навколо нього, а саме -- тіло тяжіння має форму кулі, то слід зауважити, що навіть задача взаємного руху трьох тіл, окрім деяких випадків, вирішується лише наближено.

І все ж обчислення параметрів руху тіла під дією кількох тіл тяжіння, хоч і наближено, можливе. З цією метою космічний простір розбивають на сфери впливу планет. Так, якщо КА подорожує з Землі до Марсу, то спочатку він рухається в полі тяжіння Землі, потім, починаючи з відстані рівноваги сил тяжіння Землі і Сонця, під впливом тяжіння Сонця, і, нарешті, в полі тяжіння Марсу. Для визначення відстані, на яку розповсюджується вплив сили тяжіння Землі, можна використати наближену формулу:

$$r_{сф.д.з.} = a_3\left(\frac{M_3}{M_c}\right)^{\frac{2}{5}} \approx 1\cdot 10^6\,км\,,\ (27)$$

де: a_3 – піввісь еліпсу орбіти Землі ($a_3 \approx r_3$ орбіти Землі);

$M_з$ – маса Землі (тіла, що обертається);

M_c – маса Сонця (тіла тяжіння).

Аналогічно визначаються радіуси сфер дії планет по відношенню до Сонця, супутників планет до самих планет. Наприклад, сфера дії Місяця:

$$r_{сф.д.М.} \approx r_M\left(\frac{M_M}{M_3}\right)^{\frac{2}{5}} \approx 66000км$$

де: r_M – радіус орбіти Місяця;

M_M – маса Місяця.

5. Закони Кеплера.

На початку XVII ст. Іоганн Кеплер, німецький астроном, обробляючи дані спостережень за рухом планет, сформулював три закони їх руху.

Перший закон. Кожна планета рухається по еліптичній траєкторії, в одному з фокусів якої знаходиться центр тяжіння – Сонце.

Другий закон. Радіус-вектор планети за рівні проміжки часу обмітає рівновеликі площі (рис.2):

$$\frac{C_L}{2} = \frac{1}{2}r_1V_1\cos\theta_1 = \frac{1}{2}r_2V_2\cos\theta_2 = \lambda\,, \qquad (28)$$

де: λ - секторіальна швидкість.

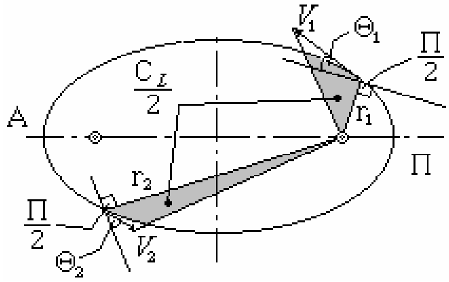

Рис.2

Як бачимо, другий закон Кеплера є законом збереження питомого моменту імпульсу планет.

Третій закон. Квадрати періодів обертання планет навколо Сонця прямо пропорційні кубам великих півосей їх орбіт.

Якщо великі півосі еліптичних орбіт позначити як a_1, a_2, ..., а періоди обертання T_1, T_2, ..., то згідно з законом Кеплера вони пов'язані між собою наступним чином:

$$\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^3} = \frac{a_3^3}{T_3^3} = ... = \frac{K_C}{4\pi^2} = const \text{ , (29)}$$

де: $\boldsymbol{K_C}$ – постійна Сонця. Цей закон можна отримати розглядаючи рух **КА** навколо землі по круговій орбіті. Швидкість руху **КА** можна записати як

$$V_{кр} = \sqrt{\frac{K_3}{r}} \text{ (30)}$$

і $$V_{кр} = \frac{2\pi r}{T} \text{ , (31)}$$

де: ***T*** – період обертання навколо Землі. Прирівнюючи (3.30) і (3.31) отримаємо:

$$\sqrt{\frac{K_3}{r}} = \frac{2\pi r}{T} \to \frac{K_3}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \to \frac{r^3}{T^2} = \frac{K_3}{4\pi^2} = const$$

Примітка: якщо відстань до планет вимірювати в астрономічних одиницях – ***а.о*** (***1а.о***$=r_3=150\bullet10^6$*км* – радіус орбіти Землі), а час в роках ($\boldsymbol{T_3}$=*1рік*), то формула (3.29) для Сонячної системи набуде вигляду, зручного для обчислення радіусів і періодів обертання планет:

$$\frac{a^3}{T^2} = 1\left[\frac{а.о^3}{рік^2}\right] = \frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2} = ...$$

Наближені значення радіусів орбіт планет можна обчислити по імперичній формулі Тіціуса – Боде:

$$r = 0{,}4 + 0{,}3 \times 2^n \text{ , [а.о]}$$

де: ***n*** – порядковий номер планети. Для Венери **n**=0, Землі **n**=1, Марса – 2, Юпітера – 4, Сатурна – 5, Урана – 6, Плутона – 7. В це правило не вписуються Меркурій і Нептун, а також, за цим правилом маємо визначити відсутність планети з **n=**3 між Марсом і Юпітером, саме там, де існує відомий пояс астероїдів.

6. Запитання для самоконтролю.

1. Що таке гравітаційний параметр планети і чому ним зручніше користуватись на практиці ніж гравітаційною постійною?

2. Що таке постійна енергії? Що таке постійна моменту імпульсу? Чому саме постійні енергії та моменту імпульсу застосовуються при визначенні параметрів руху в полях тяжіння?

3. Як залежить швидкість звільнення від гравітаційного потенціалу в заданій точці відносно центра Землі?

4. Сформулюйте закони Кеплера для **КА** – супутників Землі.

5. В точці перигею еліптичної траєкторії **КА** отримує додатковий імпульс. Як зміниться траєкторія руху **КА** в залежності від величини $\boldsymbol{\Delta V}$ і напрямку прикладання імпульсу?

6. Навіщо в космонавтиці використовується поняття сфери дії сил тяжіння планети?

7. Як відрізнити кругову швидкість від швидкості звільнення?

8. Яка точка еліптичної орбіти має знаходитись над Україною при умові, щоб жителі спостерігали **КА** якнайдовше?

7. Приклади рішення задач.

Приклад 1. З поверхні Землі вертикально вгору запускають тіло з швидкістю *V=7км/с.* Знайти максимальну висоту підйому тіла над земною поверхнею. Впливом атмосфери знехтувати. Радіус Землі дорівнює $\boldsymbol{P_3}$*=6370км.*

Рішення. На основі закону збереження енергії сума кінетичної та потенційної енергій на старті повинна дорівнювати сумі кінетичної та потенційної енергій на висоті ***h***, де швидкість руху впаде до нуля:

$$V^2 - \frac{2K_3}{R_3} = 0 - \frac{2K_3}{R_3 + h},$$

звідки

$$h = \frac{R_3^2 V^2}{2K_3 - R_3 V^2} = \frac{(6370км)^2 (7км/с)^2}{2 * 3{,}986 * 10^5 км^3/с^2 - 6370км(7км/с)^2} = 4100км.$$

Приклад 2. Розрахуйте надлишок швидкості тіла, якому біля поверхні Землі надали швидкість 12км/с. Вплив атмосфери не враховувати. Порівняти цей випадок з двохімпульсним режимом набору швидкості, коли біля поверхні Землі надається швидкість 11,19км/с, а надлишок на нескінченності.

Рішення. Знайдемо надлишок швидкості:

$$V_{надл.} = \sqrt{V_0^2 - V_{II}^2} = \sqrt{12^2 - 11{,}19^2} = 4{,}34км/с.$$

Щоб досягти тієї ж швидкості на нескінченості, що і при ***V₀***=*12км/с* при двох імпульсному режимі матимемо:

$$\mathrm{V_a} = \mathrm{V_{II}} + \mathrm{V_{надл}} = 11{,}19 + 4{,}34 = 15{,}53\mathrm{км/с}.$$

Висновок: з рішення видно, що розганяти ракету до кінцевої швидкості 4,34км на нескінченності доцільніше біля поверхні Землі, бо при цьому не потрібно переносити паливо для другого імпульсу переборюючи сили тяжіння не нескінченність.

Приклад 3. **КА** рухається по еліптичній орбіті навколо Землі з параметрами $\boldsymbol{r_П}$*=10000км*, $\boldsymbol{r_A}$*=20000км*, $\boldsymbol{K_3}$*=4*10⁵км³/c²*. Знайти параметри руху **КА** і параметри еліптичної орбіти.

Рішення. Для відомих значень $\boldsymbol{r_П}$ і $\boldsymbol{r_A}$ знайдемо значення довжини великої півосі:

$$a = \frac{r_П + r_A}{2} = \frac{10000 + 20000}{2} = 15000км;$$

постійна енергії може бути знайдена через довжину півосі ***a***:

$$C_E = -\frac{K_3}{a} = -\frac{4 \cdot 10^5 км^3/с^2}{1{,}5 \cdot 10^4 км} = -26{,}7км^2/с^2.$$

Швидкість **КА** в точках апогею і перигею дорівнює:

$$V_A = \sqrt{\frac{2K_3}{r_A} - \frac{K_3}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^4} - \frac{4 \cdot 10^5}{1{,}5 \cdot 10^4}} = \sqrt{40 - 26{,}7} = \sqrt{13{,}3} = 3{,}65\text{км/с}$$

$$\mathrm{V_П} = \sqrt{\frac{2\mathrm{K_3}}{\mathrm{r_П}} - \frac{\mathrm{K_3}}{\mathrm{a}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^4} - \frac{4 \cdot 10^5}{1{,}5 \cdot 10^4}} = \sqrt{80 - 26{,}7} = \sqrt{53{,}3} = 7{,}3\text{км/с}$$

Постійна моменту імпульсу

$$C_L = r_П V_П = 10000км \cdot км/с : 7{,}3 = 7300\text{км}^2/\text{с}$$

Фокальний параметр ***P*** знайдемо через постійну моменту імпульсу:

$$P = \frac{C_L^2}{K_3} = \frac{53{,}2 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^5} = 13300\text{км}$$

Ексцентриситет *e* знаходиться як

$$e = \frac{a - r_П}{a} = \frac{c}{a} = \frac{15000 - 10000}{15000} = \frac{5000км}{15000км} = 0{,}333$$

Велика піввісь еліпсу дорівнює

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{225 \cdot 10^6 - 25 \cdot 10^6} = 1000\sqrt{200} = 14000\ км$$

8. Вправи для рішення.

Вправа 1. Яку швидкість V_2 матиме тіло масою $m=10кг$, що падає з орбіти Місяця ($r_M=384000км$) на поверхні Землі, якщо початкова швидкість $V_1=100м/с$, а кут θ_1 між вектором швидкості і перпендикуляром до радіус-вектору 60^0. Знайти також кут зустрічі тіла з Землею θ_2 і кінетичну енергію зустрічі W, $R_З=6370км$, $K_З=4\cdot10^5 км^3/с^2$.

Відповідь: V_2=11,1км/с, $\theta_2=74^0 10^I$, $W=6{,}15\cdot10^8$ дж.

Вправа 2. **КА**, що рухається по круговій орбіті $r_{кр}=10000км$, надається додатковий імпульс $\Delta V=1км/с$ перпендикулярно площині орбіти. Розрахувати параметри руху та параметри нової орбіти **КА**, якщо $K_З=4\cdot10^5\ км^3/с^2$.

Відповідь: $r_п=r_{кр}$; r_A=10500км; a=10250км; e = 0,025; $V_п$=6,4 км/с;

V_A=6,02 км/с; P=10250км; $в^2\approx10245$; $C_L=6{,}4\cdot10^4\ \dfrac{км^2}{с}$; C_E= -39км^2/с^2.

Вправа 3. **КА**, масою в *3*т під дією внутрішнього імпульсу в *9000кг•м/с* ділиться на дві частини у відношенні *1:2.* Через який час обидві частини **КА** зустрінуться в тій же точці, якщо $H=630км$, $R_З=6370км$, $K_З=4*10^5км^3/с^2$. Розглянути випадок, коли поділ відбувається в напрямку руху;

Відповідь: $\approx10^{10}$ діб ; $\approx$ 27,5 міл.діб.

Вправа 4. Знайти параметри орбіти і параметри руху **КА**, що рухається по траєкторії з $a=20000км$, $K_З=4*10^5км^3/с^2$, $g_П=7{,}8м/с^2$ *(прискорення в точці перигею).*

Відповідь: $\mathbf{r_A}$=33430км; **е**=0,6715; $в$=14800км; $\mathbf{C_E}$=-20км^2/с^2;
$\mathbf{C_L}$=*67000км²/с;* $T=1{,}41\cdot10^4$ с

Вправа 5. Знайти параметри орбіти і параметри руху **КА**, якщо $\mathbf{C_E}$=-20км^2/с^2, $\mathbf{K_З}$=4*10^{5}км^3/с^2, $\mathbf{r_П}$=10000км.

Відповідь: $V_П$=7,75км/с; a=7,75км/с; $r_a=3\cdot10^4$км; $\mathbf{V_A}$=2,59км/с; **с**=10^{4}км; **е**=0,5; **р**=17300км; $\mathbf{C_L}$=77500км^2/с; **Т**=$1{,}41\cdot10^4$ сек.

Вправа 6. Розрахуйте прискорення вільного падіння та гравітаційного потенціалу для тіла, що знаходиться на відстані 10^4, 10^6, 10^8 та 10^{10} км від центру Землі, якщо $К_З= 4\cdot10^5км^3/с^2$.

Відповідь:g_1=0,004км/с; $g_2=4\cdot10^{-4}$ м/с^2; $g_3=4\cdot10^{-8}$ м/с^2; $g_4=4\cdot10^{-12}$ м/с^2; $\varphi_1=4\cdot10^4$ м/с; $\varphi_2=4\cdot10^2$ м/с; $\varphi_3=4$ м/с; $\varphi_4=4\cdot10^{-2}$ м/с.

Вправа 7. Геофізична ракета падає з висоти 600 км на земну поверхню. Якою буде швидкість зіткнення ракети з Землею? Вплив атмосфери не враховувати, $R_З$=6400км, $К_З=4\cdot10^5км^3/с^2$, V_1=0.

Відповідь: V_2=3,24км/с.

Вправа 8. Яку швидкість матиме тіло, що падає з орбіти Місяця, при зіткненні з Землею? Радіус орбіти Місяця 384000 км., $R_З$=6370км, $К_З=4\cdot10^5км^3/с^2$, V_1=0.

Відповідь: V_2=11,1км/с;